

Lara SPRENGER, Dortmund

## Empirische Studie zum flexiblen Umgang mit Anschauungsmitteln beim Zahlvergleich von Dezimalzahlen

Im vorliegenden Beitrag wird ein laufendes Dissertationsprojekt vorgestellt, dass sich mit der Frage beschäftigt, inwieweit Lernende beim Zahlvergleich von Dezimalzahlen Anschauungsmittel wie Stellenwerttafel und Zahlenstrahl flexibel nutzen und welche Prozesse auf dem Weg zur Ablösung von Handlungen am konkreten Material von Bedeutung sind.

### 1. Lerngegenstand

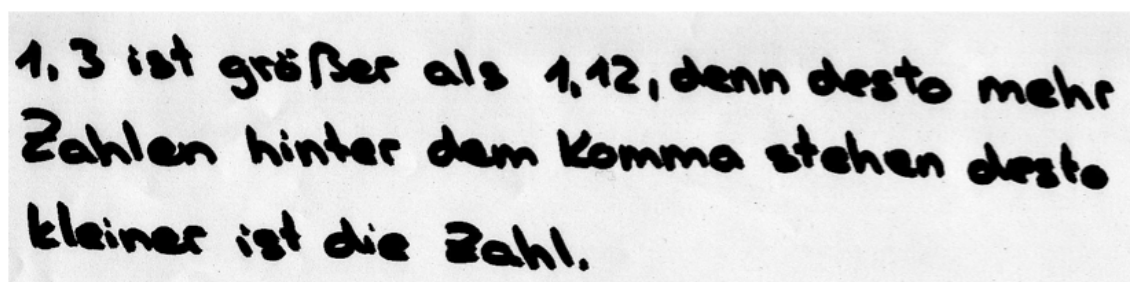


Abb. 1: Aussage von Marie, 8. Klasse Realschule, beim Zahlvergleich von 1,3 und 1,12

In Abb.1 ist die Aussage einer Schülerin zum Zahlvergleich von 1,3 und 1,12 dargestellt. Der Vergleich ist durchaus richtig, allerdings ist Maries Begründung nicht tragfähig. Lernende werden tagtäglich mit Dezimalzahlen konfrontiert und der Umgang mit ihnen hat hohe Relevanz für das alltägliche sowie das berufliche Leben (vgl. Padberg 2009). Durch die Erfahrungen z. B. mit Geld und Größen bringen die Schülerinnen und Schüler diverse Vorkenntnisse im Bereich der Dezimalzahlen mit. Dennoch zeigen zahlreiche Studien, dass es scheinbar große Probleme z. B. beim Zahlvergleich von Dezimalzahlen gibt (u. a. Padberg 2009; Steinle & Stacey 2004). Das Beispiel von Marie illustriert den aktuellen Forschungsstand, dass identifizierbare Schwierigkeiten beim Größenvergleich von Dezimalzahlen, auch noch in höheren Schulstufen der Sekundarstufe 1, auftreten. Die Ursache dafür ist nicht selten ein fehlerhaftes Dezimalzahlverständnis, dass u. a. auf einem falschen Transfer von Beziehungen und Strukturen aus dem Bereich der natürlichen Zahlen beruht (vgl. u. a. Steinle & Stacey 2004; Padberg 2009). Im Bereich der natürlichen Zahlen haben die Lernenden Vorerfahrungen gesammelt und können diese im Normalfall abgelöst von Handlungen am konkreten Material nutzen. Dieses Wissen muss bei der Erweiterung des Stellenwertsystems von den natürlichen zu den positiv rationalen Zahlen in Dezimalschreibweise aufgrund verschiedener Grundvorstellungsumbrüche (Komma als neuer Bezugspunkt für die Stellenwerte; Abfolge der Stellenwerte; Zusammenhang zwischen ähnlich klingenden

In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014* (S. 1155–1158). Münster: WTM-Verlag

Stellenwerten) restrukturiert, erweitert und abgegrenzt werden (vgl. Padberg 2009).

Ausgehend von Zahlvergleichen soll in der hier vorgestellten Studie untersucht werden, wie die Begriffsbildungsprozesse vom verstehenden Umgang mit Anschauungsmitteln hin zur Ablösung von denselben gelingt. Ziel für die Schülerinnen und Schüler ist der Vollzug eines schematischen Zahlvergleichs auf symbolischer Ebene, wobei die inhaltliche Basis immer wieder reaktiviert werden kann. Die schematische Vorgehensweise beherrschen viele Lernende zwar durchaus, dies bedeutet allerdings nicht unbedingt, dass sie ein fehlerfreies Dezimalzahlverständnis besitzen, sondern meistens eher, dass sie ein auswendig gelerntes Rezept abspulen, ohne dies inhaltlich stützen zu können. Genau diese inhaltliche Verstehensgrundlage ist aber von großer Bedeutung (vgl. Steinle & Stacey 2004).

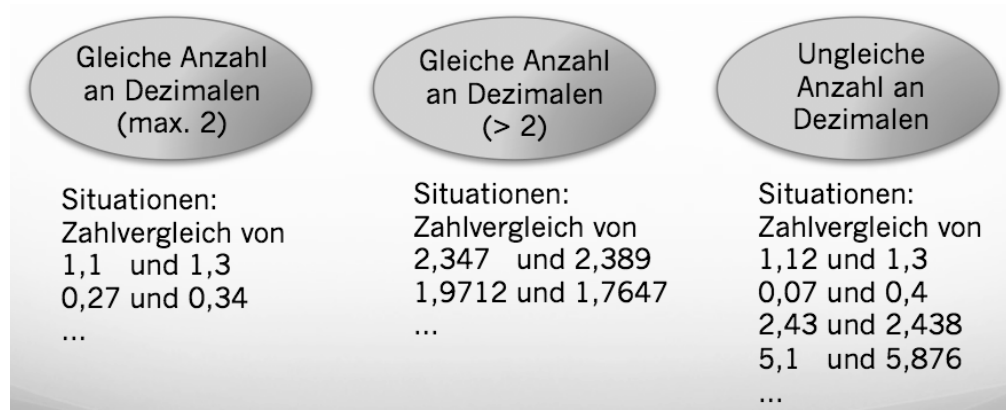


Abb. 2: Auszug aus der normativen Gliederung in Situationsklassen

Zur Strukturierung des Lerngegenstandes wurde dieser normativ in Situationsklassen gegliedert. Dazu wurden strukturgleiche Situationen identifiziert und zu Situationsklassen zusammengefasst. Eine Situation meint eine gestellte Aufgabe mit spezifischen Teilcharakteristika der zu lernenden Begriffe (vgl. Hußmann 2013). Abb. 2 zeigt einen beispielhaften Auszug dieser Klassifizierung aus normativer Sicht, wobei Lernende in der Empirie durchaus auch andere Situationsklassen identifizieren können.

## 2. Ablösung und Flexibilität

Meiner Studie liegt ein Verständnis von Ablösung zugrunde, welches Ablösung als Loslösung von konkreten Anschauungsmitteln begreift, in dem Sinne, dass die Anschauungsmittel tragfähig genutzt werden können, aber nicht mehr benötigt werden. Die zentralen Anschauungsmittel sind hier Stellenwerttafel und Zahlenstrahl. Ablösungsprozesse sind komplex, da sie sich sowohl auf eine Vielzahl von verschiedenen Situationen als auch auf verschiedene Anschauungsmitteln beziehen. Knüpft man an das Verständnis von Ablösung an, so wie es bei der Ablösung vom zählenden Rechnen

verstanden wird, dann sind die (Weiter-)Entwicklung von Vorstellungen von und Einsichten über Zahlen und Rechenoperationen zentral für Ablösungsprozesse (vgl. Gerster 2009). Das bedeutet, dass Einblicke in und das Verständnis der Strukturen der Dezimalzahl positiv zu einer Ablösung beitragen und gleichzeitig eine inhaltliche Verstehensgrundlage bieten. Heinze, Star & Verschaffel (2009) treffen die Annahme, dass ein breites Wissen über Darstellungsformen und deren Gebrauch mit einem tieferen Verständnis der damit verbundenen mathematischen Bereiche einhergeht und sich daher vorteilhaft auf das weitere Lernen auswirkt. Diese Aussage lässt die Annahme zu, dass ein flexibler Umgang mit Anschauungsmitteln eine größere Chance bietet, ein tieferes Verständnis der Strukturen aufzubauen und somit wiederum eine Ablösung von den konkreten Anschauungsmitteln begünstigt. Unter Flexibilität wird hier die Fähigkeit verstanden, zwischen mindestens zwei Darstellungen auszuwählen, ohne dabei den Anspruch zu besitzen, die beste Wahl für die jeweilige Aufgabe zu treffen (vgl. u. a. Heinze, Star & Verschaffel 2009).

### **3. Forschungsinteresse**

Die Studie wird im Rahmen der fachdidaktischen Entwicklungsforschung (vgl. Hußmann et al. 2013) umgesetzt und konzentriert sich auf die Rekonstruktion von Lernprozessen im Bereich des Zahlvergleichs von Dezimalzahlen und des Dezimalzahlverständnisses. Auf Grundlage der empirischen Ergebnisse wird der Lerngegenstand restrukturiert und das Lehr-/Lernarrangement weiterentwickelt. Dabei steht im Vordergrund, dass die Anschauungsmittel flexibel genutzt werden können und sich eine Basis bildet für langfristige Ablösungsprozesse. Das in diesem Beitrag beschriebene Forschungsinteresse liegt primär auf der Ebene der Betrachtung der individuellen Prozesse der Lernenden:

- Wie nutzen Schülerinnen und Schüler die Strukturen der Anschauungsmittel Zahlenstrahl und Stellenwerttafel?
- Inwiefern können sie diese flexibel beim Zahlvergleich von Dezimalzahlen nutzen?
- Welche Prozesse sind maßgeblich für eine nachhaltige Ablösung?

### **4. Design-Experimente**

Der Blick auf die Empirie erfolgt in der fachdidaktischen Entwicklungsforschung durch Zyklen von Design-Experimenten (vgl. Hußmann et al. 2013). Für die vorgestellte Studie wurden erste Design-Experimente mit vier Schülerpaaren aus dem 8. Jahrgang verschiedener Realschulen durchgeführt, um die Validität des Forschungsfokus zu prüfen. Außerdem wurden erste empirische Erkenntnisse hinsichtlich der Schwierigkeiten und

Hürden bezüglich des Umgangs mit den Anschauungsmitteln Stellenwerttafel und Zahlenstrahl gewonnen. Über die in der Literatur beschriebenen Probleme ließen sich die Forschungsschwerpunkte weiter ausdifferenzieren. Zum einen betrifft dies die Kategorisierung verschiedener Situationen nach Situationsklassen: Z. B. treffen Lernende in bestimmten Situationen Aussagen, die sie dann auf andere Situationen übertragen, obwohl diese nicht strukturgleich sind. Hier ist interessant, welche Eigenschaften für diese nicht tragfähigen Transfers ursächlich sind. Weiter wird deutlich, dass die individuelle Einteilung in Situationsklassen sowohl bekannten Erfahrungsmustern folgt, aber auch maßgeblich von der situativen Rahmung abhängt. Und drittens scheint einiges darauf hinzuweisen, dass Fokuswechsel (also Wechsel zwischen den individuellen Ideen und Konzepten, mit denen Situationen individuell strukturiert werden (vgl. Hußmann 2013)) als Indiz für Flexibilität gesehen werden können, was auf ein tragfähiges inhaltliches Verständnis schließen lässt.

Auf diesen Beobachtungen und Erkenntnissen der ersten Design-Experimente bauen nun die nächsten Design-Experimente auf, in denen gezielt darauf geschaut wird, welche Prozesse für eine erfolgreiche Ablösung von Bedeutung sind, aber auch, welche Hürden überwunden werden müssen.

## **Literatur**

- Gerster, H.-D. (2009): Schwierigkeiten bei der Entwicklung arithmetischer Konzepte im Zahlenraum bis 100. In: Fritz, A./Ricken, G./Schmidt, S. (Hrsg.): Handbuch Rechenschwäche, 248-268. Weinheim/Basel: Beltz.
- Heinze, A./Star, J. R./Verschaffel, L. (2009): Flexible and adaptive use of strategies and representations in mathematics education. In: ZDM 41, 535-540.
- Hußmann, S. (2013): The theory of inferential structured (conceptual) webs of focuses, judgements and situations, Preprint, TU Dortmund.
- Hußmann, S./Thiele, J./Hinz, R./Prediger, S./Ralle, B. (2013): Gegenstandsorientierte Unterrichtsdesigns entwickeln und erforschen. Fachdidaktische Entwicklungsforschung im Dortmunder Modell. In Kormorek, M./Prediger, S. (Hrsg.): Der lange Weg zum Unterrichtsdesign. Zur Begründung und Umsetzung fachdidaktischer Forschungs- und Entwicklungsprogramme, 25-42. Münster: Waxmann.
- Padberg, F. (2009): Didaktik der Bruchrechnung. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.
- Steinle, V./ Stacey, K. (2004): A Longitudinal Study of Students' Understanding of Decimal Notation: An Overview and Refined Results. In: Putt, I./Faragher, R./McLean, M. (Hrsg.): Proceedings of the 27th Annual Conference of the Mathematics Education research Group of Australasia. Vol. 2, 541-548. Townsville: MERGA.